

САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра общей и теоретической физики



Ю.П. Филиппов ^a

**Анализ процессов рождения пары бозонов Хиггса в полном
однопетлевом приближении в МССМ**

(доклад)

Научная конференция "Физика фундаментальных взаимодействий",

ИТЭФ, Москва

29. 11. 2007

^aE-mail: yuphil@ssu.samara.ru

Введение

☞ Актуальность. Экспериментальное определение констант взаимодействия бозонов Хиггса – один из этапов экспериментальной проверки механизма Хиггса в рамках СМ и МССМ.

☞ Для решения этой проблемы необходимо прежде всего выполнить анализ сечений $\sigma = \sigma(\lambda_{HHH})$ процессов, определяемых константами, в низшем приближении; выявить среди прочих наиболее перспективные процессы.

☞ Элементарные процессы для определения констант на e^+e^- – линейном коллайдере

$$1. \quad e^+e^- \rightarrow ZH_iH_j, \quad ZAA; \quad 3. \quad e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_eH_iH_j, \quad \bar{\nu}_e\nu_eAA;$$

$$2. \quad e^+e^- \rightarrow AH_iH_j, \quad AAA; \quad 4. \quad e^+e^- \rightarrow H_iH_j, \quad AA, \quad H_iA.$$

☞ Сечения наиболее перспективных процессов в определении констант взаимодействия БХ в древесном приближении $\sim 0.1 - 1$ (фбн).

☞ Все процессы типа 4, за исключением $e^+e^- \rightarrow hh$, имеют экстремально малые значения сечений ($10^{-6} - 10^{-9}$ фбн) и не могут быть измерены на эксперименте!

Причина малости сечений: $\mathcal{A} \sim \lambda_{Yukawa}^n$, $n = 1, 2$, $\lambda_{Yukawa} \sim g_2 \frac{m_e}{M_W} = 6.4 \cdot 10^{-6} g_2$.

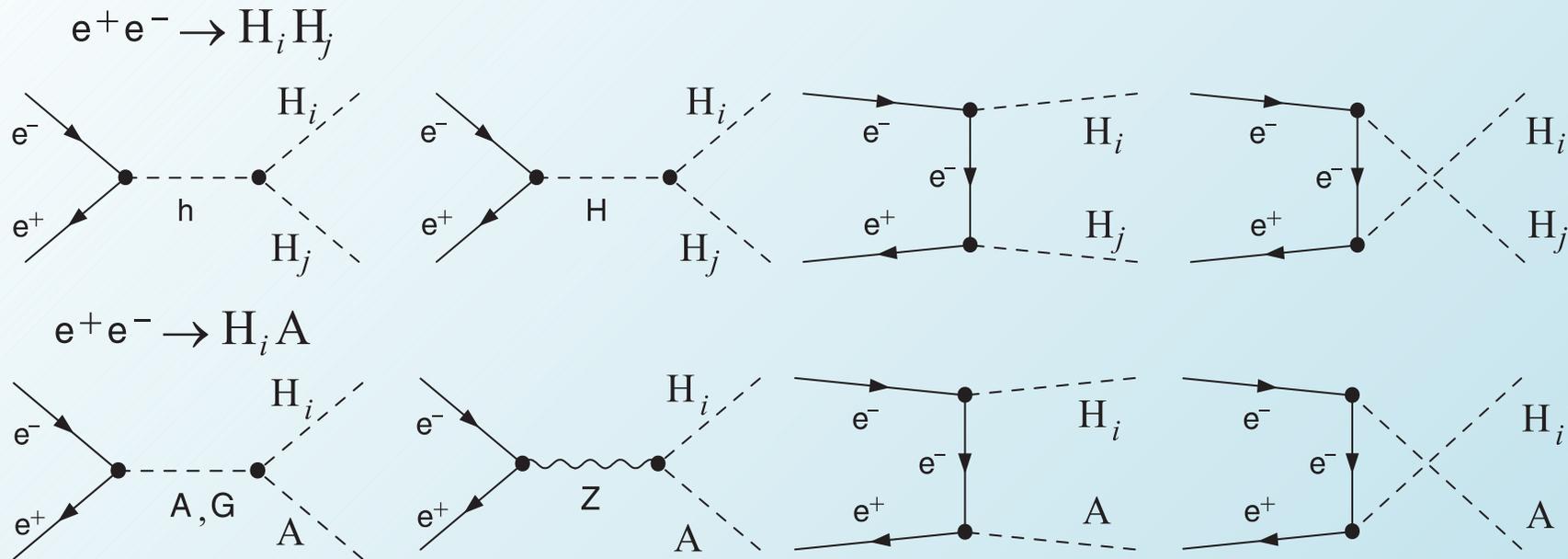


Рис. 1: диаграммы процессов рождения пары БХ, $e^+e^- \rightarrow H_i H_j (AA)$, сечения которых определяются константами трехчастичных взаимодействий БХ.

☞ В работе [1] исследован процесс $e^+e^- \rightarrow HH$ в СМ в однопетлевом приближении.

[1] Gaemers K. and Hoogeveen F. Higgs boson pair production in e^+e^- -reactions // Z. Phys. – 1984. – С 26. – Р. 249.

Мотивация необходимости расчета $e^+e^- \rightarrow H_i H_j (AA)$ в высших порядках ТВ:

- поиск процессов с доминирующей ролью петлевых поправок, являющихся критериальными в идентификации модели;
- поиск процессов, где роль петлевых вкладов суперпартнеров может быть весьма

значительна.

- алгоритм расчета процессов типа $2 \rightarrow 2$ прост;

➡ На примере зависимостей $\sigma(M_H)$ продемонстрировано, что сечение процесса достигает значений $\sigma \sim 10^{-1} - 1$ (фбн).

➡ Данный эффект ТВ был затем исследован в МССМ на примере процессов $e^+e^- \rightarrow hh, hH, HH, AA$, в работе [2].

[2] Djouadi A., Driesen V. and Jünger C. Loop induced Higgs boson pair production at e^+e^- Colliders // Phys. Rev. D 1996. V. 54. P. 759-769.

➡ Показано, что и в данном случае сечения указанных процессов в определенной области пространства параметров МССМ того же порядка, что и СМ-аналог.

➡ Многие технические моменты в [2] не были раскрыты: 1) выбор калибровки, 2) причины исключения из рассмотрения некоторых вкладов.

➡ Главная цель настоящей работы – расчет амплитуд и полных сечений процессов $e^+e^- \rightarrow hh, e^+e^- \rightarrow hH, e^+e^- \rightarrow HH, e^+e^- \rightarrow AA$. Расчет реализуется в однопетлевом приближении, в рамках ФДП.

➡ Необходимо выяснить:

1. Какова роль вкладов, отброшенных в работе [2]?
2. Какова роль петлевых вкладов суперпартнеров в определении σ ?

☞ Основные инструменты:

1. Метод теории возмущений в рамках фейнмановского диаграммного подхода.
2. В петлевых вычислениях используется калибровка т'Хоофта-Фейнмана.
3. On-shell-схема перенормировки, предложенная в работе [3].

[3] Dabelstein A. The one loop renormalization of the MSSM higgs sector and its application to the neutral scalar higgs masses // Z. Phys. 1995. С 67. P. 495-512; Dabelstein A. Fermionic decays of neutral MSSM higgs bosons at the one loop level // Nucl. Phys. B 1995. V. 456. P. 25-56.

4. Приемы тензорной [4-5] и размерной редукции [6-7].

[4] O.V. Tarasov Reduction of Feynman graph amplitudes to a minimal set of basic integrals // Acta Phys. Polon. B. – 1998. – V. 29. – P. 2655.

[5] G. Devaraj, R.G. Stuart Reduction of one loop tensor form-factors to scalar integrals: A General scheme // Nucl. Phys. B. – 1998. – V. 519. – P. 483–513.

[6] S.J. Gates, M.T. Grisaru, M. Rocek, W. Siegel Superspace Or One Thousand And One Lessons In Supersymmetry // Front. Phys. – V. 58. – 1983. – P. 1–548.

[7] Dragon, N. Supersymmetry and supergravity // Prg. Part. Nucl. Phys. – 1987. – V. 18. – P. 1–172.

5. Для численного анализа результатов используются как традиционные [8], так и новые алгоритмы расчета скалярных интегралов [9].

[8] G. 't Hooft, M. Veltman Scalar one loop integrals // Nucl. Phys. B. – 1979. – V. 153. – P. 365–401.

[9] Ю.П. Филиппов Метод ветвления в вычислении скалярных N - точечных интегралов // Теор. физика. – 2004. – № 5. – С. 66–80; Новое представление результатов алгебраической редукции B_0, C_0 скалярных интегралов // Теор. физика. – 2005. – № 6. – С. 86–97.

Расчет в данной работе был выполнен:

- для токовых масс фермионов SM , масс калибровочных бозонов и калибровочной константы g_2 , представленных в [10].

[10] Eidelman S. et. al. Review of particle physics. Particle data group // Phys. Lett. B 2004. V. 592. P. 1.

- $M_{\tilde{Q}} = M_{\tilde{U}} = M_{\tilde{D}} = M_{\tilde{L}} = M_{\tilde{R}} = A_f = 1$ ТэВ.
- $\tan \beta \in (3, 50)$ и $M_A \in (90, 2000)$ ГэВ согласно [10].
- Выбор $\mu = 500$ ГэВ обусловлено анализом результатов для АММ в работе [11].
[11] Czarnecki A. and Marciano W.J. The muon anomalous magnetic moment: A harbinger for new physics // Phys. Rev. D 2001. V. 64. P. 013014; Passera, M. The standard model prediction of the muon anomalous magnetic moment // J. Phys. 2005. G31. R75-R94.
- Значение $M_2 = 250$ ГэВ, и соотношение $M_1 = \frac{5}{3} \tan^2 \theta_W M_2$ заимствованы из работы [12]
[12] Choi S.Y., Drees M., Song J. Neutralino production and decay at an $e^+ e^-$ linear collider with transversely polarized beams // DESY-06-016, KIAS-P06005, E-preprint:hep-ph/0602131.
- Значения энергии в СЦМ $\sqrt{s} = 0.5, 1.5$ ТэВ использованы по аналогии с работой [2].

- Массы суперсимметричных частиц ($\tilde{f}_i, \tilde{\chi}_j^+, [i = 1, 2], \tilde{\chi}_k^0, [k = 1, \dots, 4]$) определяются точными выражениями для соответствующих массовых состояний.

Результаты работы [54] получены

- лишь с учетом четырехточечных диаграмм Фейнмана.
- учитывалась упомянутая ранее связь параметров M_2 и M_1 .
- Массы всех скалярных лептонов и кварков одинаковые и равны соответственно $M_{\tilde{\ell}} = 300$ ГэВ, $M_{\tilde{q}} = 500$ ГэВ, а параметры $A_t = A_b = 0$ ГэВ.

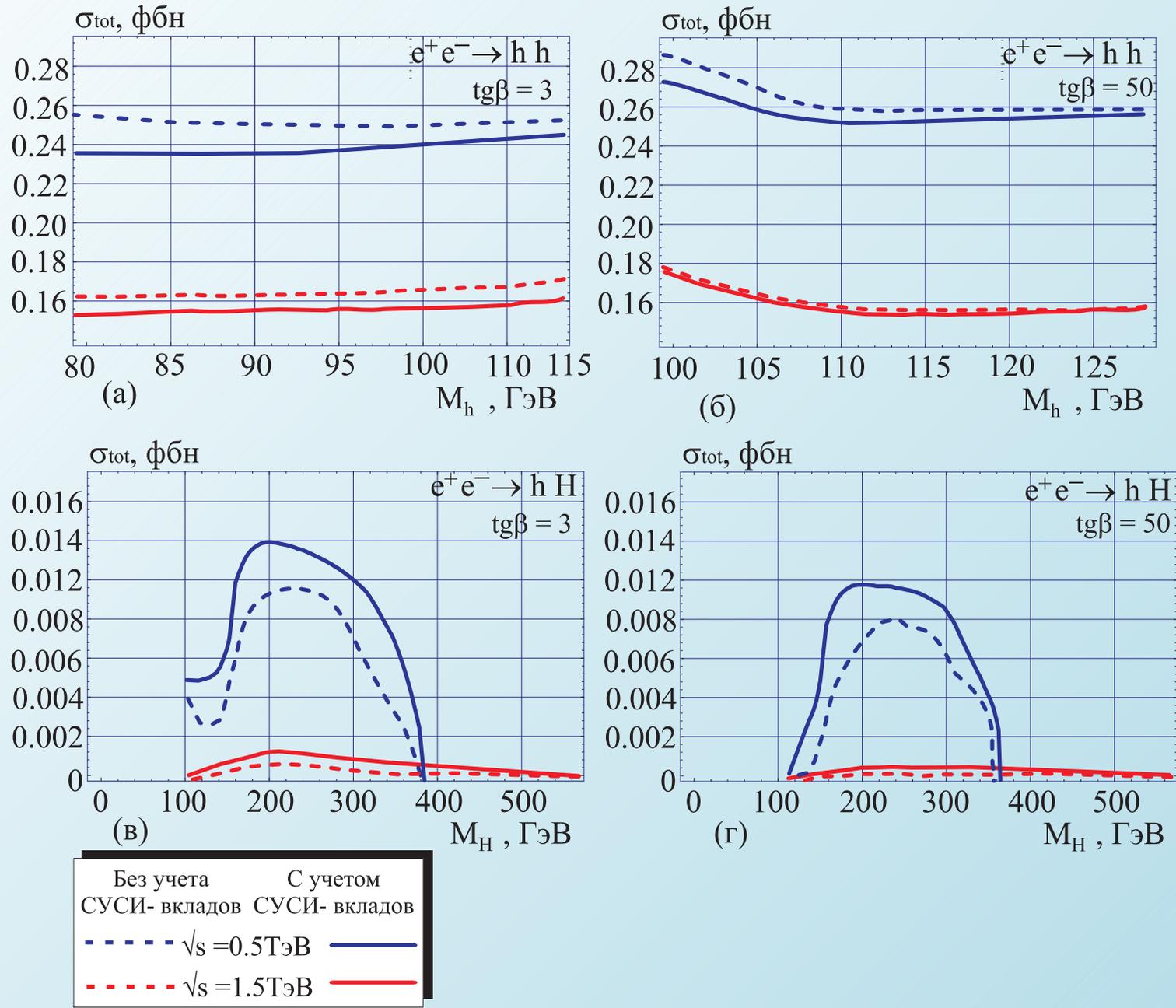
Резюме:

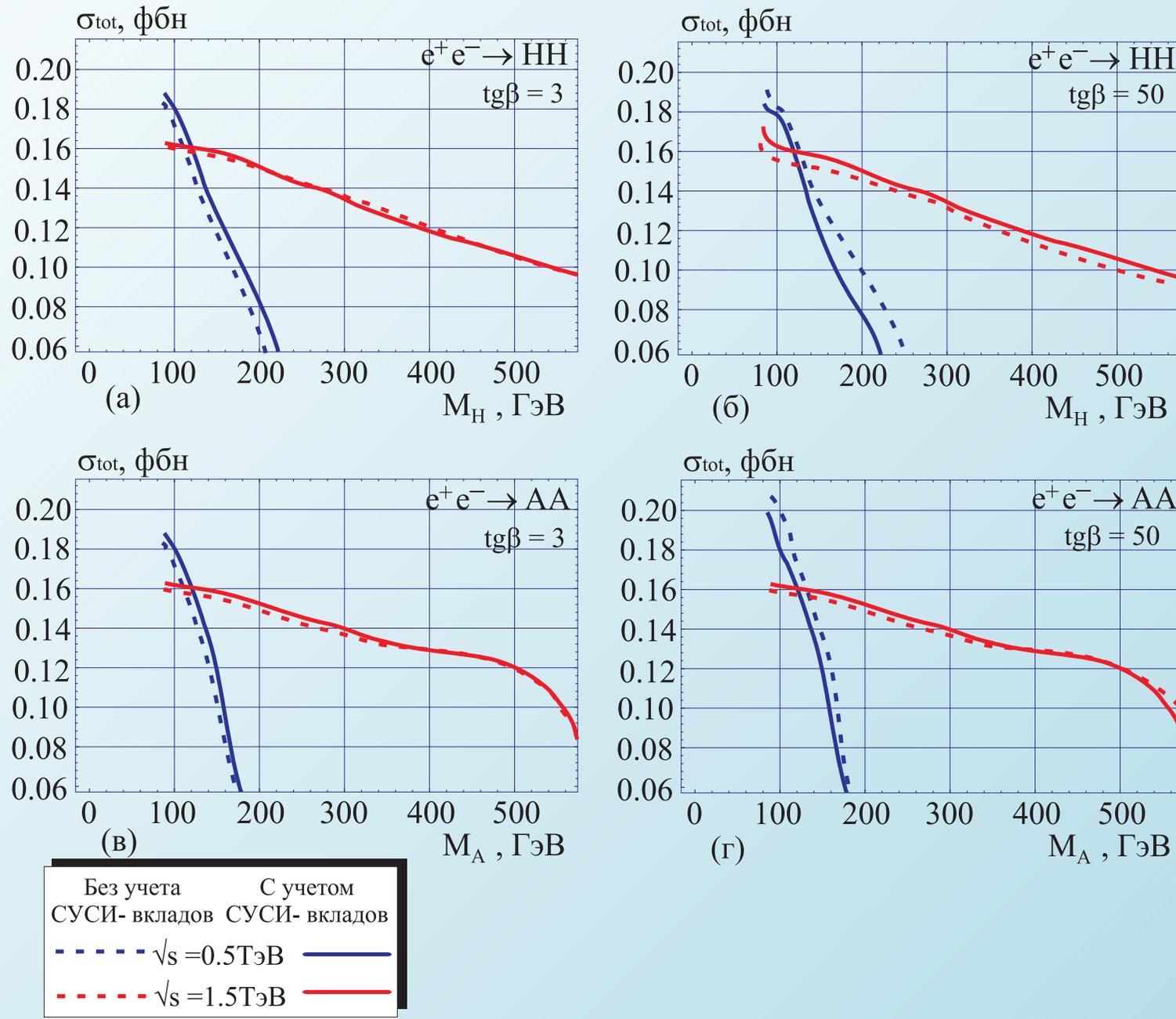
- ☞ В большей части пространства параметров МССМ наши результаты для сечений указанных процессов несколько больше значений сечений работы [2].
- ☞ Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow hh$ достигает максимального значения среди прочих процессов (и одного порядка с СМ-аналогом). Если коллайдер будет работать с продольно поляризованными e^+e^- -пучками и интегральной светимостью $\int \mathcal{L} \geq 500$ фбн⁻¹, то при энергии $\sqrt{s} = 500$ ГэВ возможно производство около $5 \cdot 10^2$ таких событий. Для процессов $e^+e^- \rightarrow HH, AA$ при тех же условиях рождение составит не более $4 \cdot 10^2$ событий. И даже при массах БХ $M_{H,A} \leq 500$ ГэВ возможно накопление не менее 200 таких событий.

☞ В силу того, что конечные состояния являются чистыми есть серьезные основания надеяться на то, что сигналы указанных выше процессов будут детектированы. Что касается процесса $e^+e^- \rightarrow hH$, то последний вряд ли будет зафиксирован на эксперименте в силу малости его сечения.

Результат	Количество событий			
	$e^+e^- \rightarrow hh$ ($M_h = 115$ ГэВ)	$e^+e^- \rightarrow HH$ ($M_H = 120$ ГэВ)	$e^+e^- \rightarrow AA$ ($M_A = 120$ ГэВ)	$e^+e^- \rightarrow hH$ ($M_H = 190$ ГэВ)
наш	520	320	300	28
[9]	380	400	200	20

Таблица 1: количества событий для исследуемых процессов, полученных в настоящей работе и работе [2] при $\sqrt{s} = 500$ ГэВ, $\text{tg } \beta = 50$ и интегральной светимости $\int \mathcal{L} = 500$ фбн⁻¹.





➡ Процессы смогут быть использованы для определения констант трехчастичного взаимодействия БХ, поскольку точные прогнозы для сечений позволят более точно определить сечения процессов WW – аннигиляции – альтернативного класса процессов по шкале энергии, значения сечений которых того же порядка, что и у рассмотренных процессов. На сегодняшний день анализ сечения процесса WW – аннигиляции выполнен лишь в низшем приближении. По результатам данного анализа будет нетрудно определить константы взаимодействия при условии что массы БХ будут уже определены на основе данных для процессов одиночного производства БХ.

Т.о. проблема определения констант трехчастичного взаимодействия принципиально невозможна без высокоточного расчета сечений процессов рождения пары БХ (что сделано в настоящей работе на более высоком уровне точности). Значения сечений этих процессов необходимы для прецизионной идентификации констант взаимодействия БХ.

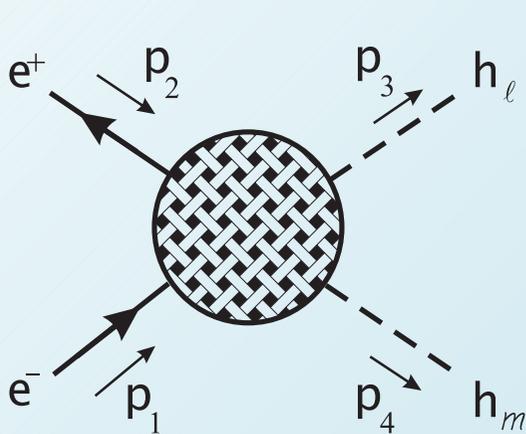
Приложение

Кинематика процесса $2 \rightarrow 2$

$$\sigma_{tot} = \int_{t_{min}}^{t_{max}} \left[\frac{d\sigma}{dt} \right] dt, \quad (1)$$

$$\text{где } t_{\{min,max\}} = \frac{1}{2} [M_{h_\ell}^2 + M_{h_m}^2] - \frac{s}{2} \mp \frac{s}{2} \kappa. \quad (2)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{64\pi s^2 (1 + \delta_{h_\ell h_m})} \sum_{s_+, s_-} |\mathcal{A}_{[i \rightarrow f]}|^2, \quad \delta_{h_\ell h_m} = \begin{cases} 1, & h_\ell \equiv h_m, \\ 0, & h_\ell \neq h_m \end{cases}, \quad (3)$$



$$\left. \begin{aligned} p_1 &= \frac{\sqrt{s}}{2} (1, 0, 0, 1), & p_2 &= \frac{\sqrt{s}}{2} (1, 0, 0, -1), & p_1^2 &= m_1^2 = 0, & p_2^2 &= m_2^2 = 0 \\ p_3 &= \frac{\sqrt{s}}{2} \left(1 + \frac{M_{h_\ell}^2 - M_{h_m}^2}{s}, \kappa \sin \theta, 0, \kappa \cos \theta \right), & p_3^2 &= m_3^2 = M_{h_\ell}^2, \\ p_4 &= \frac{\sqrt{s}}{2} \left(1 - \frac{M_{h_\ell}^2 - M_{h_m}^2}{s}, -\kappa \sin \theta, 0, -\kappa \cos \theta \right), & p_4^2 &= m_4^2 = M_{h_m}^2, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\kappa = \frac{1}{s} \sqrt{\lambda(s, M_{h_\ell}^2, M_{h_m}^2)}, \quad \lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz. \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2, \\ t &= (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2 = \frac{1}{2} [M_{h_\ell}^2 + M_{h_m}^2] - \frac{s}{2} + \frac{s}{2} \kappa \cos \theta, \\ u &= (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2 = \frac{1}{2} [M_{h_\ell}^2 + M_{h_m}^2] - \frac{s}{2} - \frac{s}{2} \kappa \cos \theta, \\ s + t + u &= M_{h_\ell}^2 + M_{h_m}^2. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Расчет амплитуд процессов

Амплитуда процесса $\mathcal{A}(e^+e^- \rightarrow h_\ell h_m)$, $\{h_\ell, h_m\} = \{h, h\}, \{h, H\}, \{H, H\}$ может быть представлена в виде:

$$\mathcal{A}(e^+e^- \rightarrow h_\ell h_m) = \sum_{k=1}^{13} \mathcal{A}_k, \quad (7)$$

$$\mathcal{A}_1 = -e\bar{v}(p_2)\gamma^\mu u(p_1) \frac{g_{\mu\nu}}{s} \left[G_{\gamma h_\ell h_m}^{(1)} p_3^\nu + G_{\gamma h_\ell h_m}^{(2)} p_4^\nu \right], \quad (8)$$

$$\mathcal{A}_2 = -e\bar{v}(p_2) \left[\frac{1-4s_W^2}{4s_W c_W} \gamma^\mu - \frac{1}{4s_W c_W} \gamma^\mu \gamma^5 \right] u(p_1) \frac{g_{\mu\nu}}{s-M_Z^2} \left[G_{Zh_\ell h_m}^{(1)} p_3^\nu + G_{Zh_\ell h_m}^{(2)} p_4^\nu \right], \quad (9)$$

$$\mathcal{A}_3 = -e\bar{v}(p_2)\gamma^\mu u(p_1) \frac{g_{\mu\nu}}{s} \left[G_{\gamma h} (p_1 + p_2)^\nu \right] \frac{1}{s-M_h^2} \lambda_{hh_\ell h_m}^{(0)}, \quad (10)$$

$$\mathcal{A}_4 = -e\bar{v}(p_2)\gamma^\mu u(p_1) \frac{g_{\mu\nu}}{s} \left[G_{\gamma H} (p_1 + p_2)^\nu \right] \frac{1}{s-M_H^2} \lambda_{Hh_\ell h_m}^{(0)}, \quad (11)$$

$$\mathcal{A}_5 = -e\bar{v}(p_2) \left[\frac{1-4s_W^2}{4s_W c_W} \gamma^\mu - \frac{1}{4s_W c_W} \gamma^\mu \gamma^5 \right] u(p_1) \frac{g_{\mu\nu}}{s-M_Z^2} [G_{Zh}(p_1 + p_2)^\nu] \frac{1}{s-M_h^2} \lambda_{hh_\ell h_m}^{(0)}, \quad (12)$$

$$\mathcal{A}_6 = -e\bar{v}(p_2) \left[\frac{1-4s_W^2}{4s_W c_W} \gamma^\mu - \frac{1}{4s_W c_W} \gamma^\mu \gamma^5 \right] u(p_1) \frac{g_{\mu\nu}}{s-M_Z^2} [G_{ZH}(p_1 + p_2)^\nu] \frac{1}{s-M_H^2} \lambda_{Hh_\ell h_m}^{(0)}, \quad (13)$$

$$\mathcal{A}_7 = -e\bar{v}(p_2) \left[\frac{1-4s_W^2}{4s_W c_W} \gamma^\mu - \frac{1}{4s_W c_W} \gamma^\mu \gamma^5 \right] u(p_1) \frac{g_{\mu\nu}}{s-M_Z^2} [v_{Ah_\ell}^Z(p_4 - p_3)^\nu] \frac{1}{p_4^2 - M_A^2} G_{Ah_m}, \quad (14)$$

$$\mathcal{A}_8 = -e\bar{v}(p_2) \left[\frac{1-4s_W^2}{4s_W c_W} \gamma^\mu - \frac{1}{4s_W c_W} \gamma^\mu \gamma^5 \right] u(p_1) \frac{g_{\mu\nu}}{s-M_Z^2} [v_{Gh_\ell}^Z(p_4 - p_3)^\nu] \frac{1}{p_4^2 - M_G^2} G_{Gh_m}, \quad (15)$$

$$\mathcal{A}_9 = e\bar{v}(p_2) \left[\frac{1-4s_W^2}{4s_W c_W} \gamma^\mu - \frac{1}{4s_W c_W} \gamma^\mu \gamma^5 \right] u(p_1) \frac{g_{\mu\nu}}{s-M_Z^2} [t_{ZZ}^{h_\ell} g^{\nu\lambda}] \frac{g_{\lambda\rho}}{p_4^2 - M_Z^2} [G_{Zh_m} p_4^\rho], \quad (16)$$

$$\mathcal{A}_{10} = -e\bar{v}(p_2) \left[\frac{1-4s_W^2}{4s_W c_W} \gamma^\mu - \frac{1}{4s_W c_W} \gamma^\mu \gamma^5 \right] u(p_1) \frac{g_{\mu\nu}}{s-M_Z^2} [v_{Ah_m}^Z(p_3 - p_4)^\nu] \frac{1}{p_3^2 - M_A^2} G_{Ah_\ell}, \quad (17)$$

$$\mathcal{A}_{11} = -e\bar{v}(p_2) \left[\frac{1-4s_W^2}{4s_W c_W} \gamma^\mu - \frac{1}{4s_W c_W} \gamma^\mu \gamma^5 \right] u(p_1) \frac{g_{\mu\nu}}{s-M_Z^2} [v_{Gh_\ell}^Z(p_3 - p_4)^\nu] \frac{1}{p_3^2 - M_G^2} G_{Gh_\ell}, \quad (18)$$

$$\mathcal{A}_{12} = e\bar{v}(p_2) \left[\frac{1-4s_W^2}{4s_W c_W} \gamma^\mu - \frac{1}{4s_W c_W} \gamma^\mu \gamma^5 \right] u(p_1) \frac{g_{\mu\nu}}{s-M_Z^2} [t_{ZZ}^{h_m} g^{\nu\lambda}] \frac{g_{\lambda\rho}}{p_3^2 - M_Z^2} [G_{Zh_\ell} p_3^\rho], \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{13} = & \bar{v}(p_2) \left[G_{131}^{h_\ell h_m} + G_{132}^{h_\ell h_m} \gamma^5 + G_{133}^{h_\ell h_m} \hat{p}_3 + G_{134}^{h_\ell h_m} \hat{p}_4 + G_{135}^{h_\ell h_m} \hat{p}_1 + G_{136}^{h_\ell h_m} \hat{p}_3 \gamma^5 + \right. \\ & G_{137}^{h_\ell h_m} \hat{p}_4 \gamma^5 + G_{138}^{h_\ell h_m} \hat{p}_1 \gamma^5 + G_{139}^{h_\ell h_m} \hat{p}_3 \hat{p}_4 + G_{1310}^{h_\ell h_m} \hat{p}_1 \hat{p}_3 + G_{1311}^{h_\ell h_m} \hat{p}_1 \hat{p}_4 + G_{1312}^{h_\ell h_m} \hat{p}_3 \hat{p}_4 \gamma^5 + \\ & \left. + G_{1313}^{h_\ell h_m} \hat{p}_1 \hat{p}_3 \gamma^5 + G_{1314}^{h_\ell h_m} \hat{p}_1 \hat{p}_4 \gamma^5 \right] u(p_1). \end{aligned} \quad (20)$$

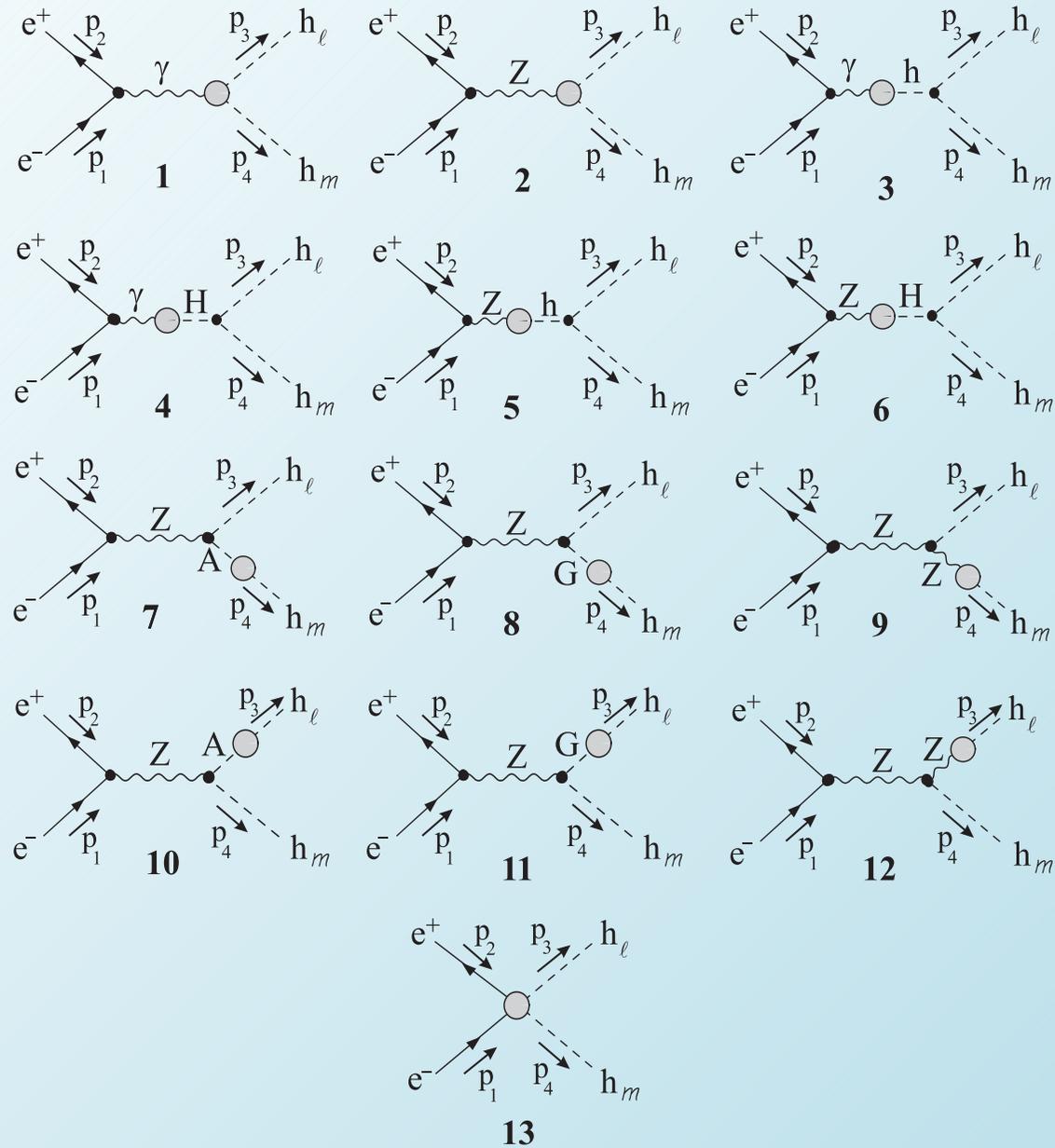


Рис. 2: Система скелетных диаграмм Фейнмана, определяющих амплитуду процесса $e^+e^- \rightarrow h_\ell h_m$, где $\{h_\ell, h_m\} = \{h, h\}, \{h, H\}, \{H, H\}$.

Ю.П. Филиппов: Анализ процессов рождения пары бозонов Хиггса в полном 1-петлевом прил-нии в МССМ

$$\sum_{s+, s-} |\mathcal{A}(e^+e^- \rightarrow hh)|^2 = \mathfrak{S}_{hh} + \mathfrak{S}_{hh}^* + \mathfrak{A}_{hh}, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_{hh} = & \frac{f_{hh}}{s} \Delta G_{\gamma hh} \left[\frac{g_2^2 s_W^2}{s} \Delta \bar{G}_{\gamma hh} - \frac{g_2^2 s_W (1-4s_W^2)}{2(s-M_Z^2)c_W} \Delta \bar{G}_{Zhh} + \frac{ig_2^3 s_W (1-4s_W^2)}{(s-M_Z^2)c_W^2} \Delta \bar{G}_{AG}^h + \right. \\ & \left. + 2g_2 s_W \Delta \bar{G}_{(3,4)}^{hh} \right] + \frac{f_{hh}}{2c_W(s-M_Z^2)} \Delta G_{Zhh} \left[-\frac{g_2^2 (8s_W^4 - 4s_W^2 + 1)}{4c_W(s-M_Z^2)} \Delta \bar{G}_{Zhh} + \frac{ig_2^3 (8s_W^4 - 4s_W^2 + 1)}{(s-M_Z^2)c_W^2} \Delta \bar{G}_{AG}^h + \right. \\ & \left. + g_2 (1 - 4s_W^2) \Delta \bar{G}_{(3,4)}^{hh} - g_2 \Delta \bar{G}_{(6,7)}^{hh} \right] + \frac{f_{hh}}{c_W^2(s-M_Z^2)} \Delta G_{AG}^h \left[-\frac{g_2^4 (8s_W^4 - 4s_W^2 + 1)}{2c_W^2(s-M_Z^2)} \Delta \bar{G}_{AG}^h + \right. \\ & \left. + ig_2^2 (1 - 4s_W^2) \Delta \bar{G}_{(3,4)}^{hh} - ig_2^2 \Delta \bar{G}_{(6,7)}^{hh} \right] + s |G_{131}^{hh} + (s+t-2M_h^2)G_{139}^{hh}|^2 + \\ & + s |G_{132}^{hh} + (s+t-2M_h^2)G_{1312}^{hh} + (M_h^2 - t)G_{1313}^{hh} + (s+t-M_h^2)G_{1314}^{hh}|^2 - \\ & - f_{hh} \left| \Delta G_{(3,4)}^{hh} \right|^2 - f_{hh} \left| \Delta G_{(6,7)}^{hh} \right|^2, \quad f_{h_\ell h_m} = (M_{h_\ell}^2 M_{h_m}^2 - (M_{h_\ell}^2 + M_{h_m}^2)t + t(s+t)), \quad (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}_{hh} = & \frac{M_W s(\alpha-\beta) f_{hh}}{2c_W^3 (M_h^2 - M_Z^2)(s - M_Z^2)} G_{Zh} \left[\frac{ig_2^4 (8s_W^4 - 4s_W^2 + 1)}{c_W^2 (s - M_Z^2)} \Delta \bar{G}_{AG}^h + g_2^2 (1 - 4s_W^2) \Delta \bar{G}_{(3,4)}^{hh} - \right. \\
 & \left. - g_2^2 \Delta \bar{G}_{(6,7)}^{hh} \right] + 2s \left[(M_h^2 - t) G_{1310}^{hh} + (s + t - M_h^2) G_{1311}^{hh} \right] \times \left[\bar{G}_{131}^{hh} + (s + t - \right. \\
 & \left. - 2M_h^2) \bar{G}_{139}^{hh} \right], \quad \Delta G_{(i,j)}^{h_\ell h_m} = G_{13i}^{h_\ell h_m} - G_{13j}^{h_\ell h_m}, \\
 \Delta G_{AG}^{h_\ell} = & \left[\frac{c(\alpha-\beta)}{(M_A^2 - M_{h_\ell}^2)} G_{Ah_\ell} + \frac{s(\alpha-\beta)}{(M_{h_\ell}^2 - M_Z^2)} G_{Gh_\ell} \right] (M_{h_\ell}^2), \quad (23)
 \end{aligned}$$